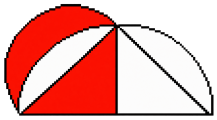


Gara di matematica a squadre



20 Agosto 2026 · Tarvisio

GARA SCRITTA DA
ALBERTO CAGNETTA, SARA PINTO ED EUGENIO TROVARELLI

Istruzioni generali

- Si ricorda che per tutti i problemi occorre indicare come risposta un numero intero compreso tra 0000 e 9999, o comunque una successione di 4 cifre. Si ricorda anche che occorre sempre e comunque compilare tutte le 4 cifre, eventualmente aggiungendo degli zeri iniziali.
- Se la quantità richiesta non è un numero intero, si indichi come risposta la sua parte intera, salvo diversamente indicato.
- Se la quantità richiesta è un numero negativo, oppure se il problema non ha soluzione, si indichi 0000. Se invece la quantità richiesta non è univocamente determinata, si indichi 9999.
- Se la quantità richiesta è un numero maggiore di 9999, si diano come risposta le ultime quattro cifre della risposta.
- ! Alcuni problemi sono connessi e richiedono le risposte di altri problemi. La risposta del problema n è indicata con $\mathcal{R}_n$.
- Nello svolgimento dei calcoli può essere utile tenere conto dei seguenti valori approssimati:

$$\sqrt{1} = 1.0000 \quad \sqrt{2} = 1.4142 \quad \sqrt{3} = 1.7321 \quad \sqrt{5} = 2.2361 \quad \pi = 3.1416.$$

Scadenze:

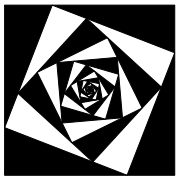
- 15 **minuti dall'inizio**: termine scelta del JOLLY;
- 120 **minuti dall'inizio**: termine della gara.



[PRESS Z OR ENTER]

1 Umani e mostri

Molto tempo fa, due fazioni governavano la Terra: UMANI e MOSTRI. Un giorno scoppiò una guerra tra le due fazioni e, dopo una lunga battaglia, gli umani furono vittoriosi. Con un potente incantesimo sigillarono i mostri nel Sottosuolo. Una delle barriere magiche è costruita a partire dalla figura quadrata rappresentata a fianco. Per costruirla gli umani sono partiti dal quadrato $A_1B_1C_1D_1$ di lato 13. Poi su ciascun lato hanno preso un nuovo punto: A_2 su A_1B_1, B_2 su B_1C_1, C_2 su C_1D_1 e D_2 su D_1A_1, in modo che



$$A_1A_2 = B_1B_2 = C_1C_2 = D_1D_2 = \frac{1}{4}A_1B_1.$$

Unendo i quattro nuovi punti si ottiene un quadrato più piccolo, su cui si ripete lo stesso procedimento, e così via. Quanto vale l'area della regione colorata di nero?

2 Flowey

Precipiti nelle Rovine e atterri su un soffice letto di fiori dorati. Poco dopo, dal terreno spunta Flowey, che ti accoglie sorridente: "Howdy! Sono Flowey, Flowey il Fiore!". Osservato dall'alto, il letto di fiori ha la forma di un cerchio Γ di raggio $\mathcal{R}_{18}$. Sia CD un diametro del cerchio e siano A, B due punti interni al cerchio tali che AB sia perpendicolare a CD. I quattro punti A, C, B, D delimitano così il quadrilatero $ACBD$. Flowey inclina la testa e continua: "Se vuoi andare avanti, vediamo se riesci a capire quanto è largo il tuo piccolo letto di fiori...". Sapendo che il rapporto tra l'area dell'intero letto di fiori e quella del quadrilatero $ACBD$ è $\frac{6}{5}\pi$, quanto vale AB?

3 Geomonster

Hai la sensazione che l'espansione di gioco nasconda qualcosa di importante.

4 FIGHT/MERCY

Durante uno scontro nel Sottosuolo, ti trovi davanti a un mostro che ti attacca scrivendo un polinomio

$$p(x) = (x+3)^{507}(x+5)^{505}(x+4)^{508}(x+6)^{506}.$$

Tu in ogni momento puoi fare due cose:

- FIGHT: scegli due fattori di primo grado del polinomio scritto in quel momento e ne calcoli il prodotto, ottenendo un polinomio di secondo grado;
- MERCY: scegli un termine di secondo grado $ax^2 + bx + c$ del polinomio scritto in quel momento e lo trasformi nel polinomio di primo grado $(b-c)x + c$.

Dopo aver effettuato un certo numero di mosse, noti che ora c'è scritto un polinomio $p(x)$ di primo grado. Qual è la soluzione di $p(x) = 0$?
[Dare come risposta la somma tra numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.]

5 Butterscotch Pie

Toriel decide di intrattenerti con un piccolo gioco prima di servirti una fetta di *Butterscotch Pie*. Prende sei libri numerati da 1 a 6 e ti chiede di scegliere tre collezioni A, B, C di libri, eventualmente vuote, in modo che ogni libro scelto per A compaia anche in B, e ogni libro scelto per B compaia anche in C, ma che a ogni passaggio venga aggiunto almeno un nuovo libro. In quanti modi puoi effettuare la scelta?

6 Papyrus

Qualcosa ti dice che dovresti dare un'occhiata all'espansione di gioco.

7 Spaghetti!

Papyrus ha deciso di preparare una gigantesca porzione di spaghetti con polpette per impressionarti. Prima di mettersi ai fornelli sistema sul tavolo 100 polpette e a ciascuna di esse ha assegnato un valore: alcune valgono 1, mentre altre valgono -1. Controllando con attenzione la sua improbabile ricetta, scopre che la somma dei valori di tutte le polpette è 62. Quanto vale la somma di tutti i prodotti possibili tra due polpette distinte?

8 Spider Donut

Senti che, guardando l'espansione di gioco, tutto diventerà più chiaro.

9 Grillby's

Sans ti accompagna da Grillby's e, mentre aspettate da mangiare, ti racconta ancora una volta del sogno di Papyrus di entrare nella Guardia Reale. Poi, decide di fare un piccolo sondaggio coi 101 commensali presenti, chiedendo quali tra tre specialità del menù preferiscano: patatine fritte, hamburger e hot dog. I risultati sono:

- 48 commensali apprezzano le patatine fritte;
- $2\mathcal{R}_9$ commensali apprezzano gli hamburger;
- $2\mathcal{R}_{16}$ commensali apprezzano gli hot dog;
- $\mathcal{R}_{16}$ commensali apprezzano sia le patatine fritte sia gli hamburger;
- Un commensale non apprezza nessuna delle tre specialità.

Sans sorride e appoggia il bicchiere sul bancone. Quanti commensali apprezzano sia le patatine fritte sia gli hot dog?

10 Dummy Boy

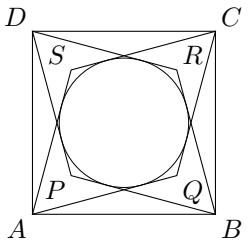
Nella discarica del Sottosuolo, Dummy Boy rovista tra vecchi rifiuti e trova dieci oggetti numerati da 1 a 10. Per ogni intero positivo n, sia $f(n)$ il numero di modi distinti di scegliere alcuni di questi oggetti, eventualmente tutti, in modo che la somma dei numeri scritti sopra sia n (l'ordine con cui vengono raccolti non conta). "SE NON RIESCI A CALCOLARE $\sum_{n=5}^{27} f(n)$ MI DARAI LA TUA ANIMA!" ti urla arrabbiato. Quale risposta devi dare?

11 Thundersnail

Napstablook sta organizzando una nuova gara di *Thundersnail*. Per preparare il percorso ha numerato tutti i tratti della pista con gli interi compresi tra $\mathcal{R}_{11}$ e $3600 - \mathcal{R}_{11}$, estremi inclusi. Prima della partenza, però, decide che la sua lumaca potrà ricevere un incoraggiamento soltanto nei tratti il cui numero è divisibile per $3\mathcal{R}_{11} + 3$, ma non per $2\mathcal{R}_{11} + 2$. "Dopo un ottimo pasto, mi piace sdraiarmi per terra e sentirmi una schifezza" esclama dal nulla Napstablook. In quanti tratti della pista la lumaca potrà ricevere un incoraggiamento?

12 Undyne

Nelle Cascate, Undyne si ferma davanti a un lago perfettamente circolare. Indicando la riva, ti spiega che il lago è inscritto in una figura geometrica formata dalla sovrapposizione di due rombi. La figura di partenza è un quadrato $ABCD$ di lato 40 al cui interno bisogna considerare i due rombi $AQCS$ e $BRDP$ tali che $\widehat{SAQ} = \widehat{PBR} = 60°$. La sovrapposizione dei due rombi delimita un ottagono e il lago è esattamente il cerchio inscritto in tale ottagono. Quanto vale il raggio del lago, cioè del cerchio inscritto nell'ottagono risultante dalla sovrapposizione dei due rombi, come in figura?



13 NGAAAAAHHHHHHHHHHHHHHHH!

L'eroina Undyne ti sbarra la strada conficcando tre delle sue lance nel terreno nei punti A, B e C. Poi ne scaglia una quarta verso il punto medio M del segmento AB, formando così la mediana CM. Osservando la figura, noti che $\widehat{ACM} = \widehat{ABC} = 30°$. Sapendo che $AB = 2$ metri e che il piede dell'altezza uscente da A cade internamente al segmento BC, quanti centimetri misura BC?

14 DETERMINAZIONE

Dopo un difficile scontro, ti fermi davanti a una piccola stella luminosa. Il suo bagliore caldo sembra rendere tutto improvvisamente più chiaro e ti torna in mente una successione di numeri incontrata lungo la strada. Si tratta di una progressione aritmetica (a_n) con $a_1 = 1$ e $a_{2026} = 6400$. Calcolare il valore di

$$\frac{1}{\sqrt{a_1} + \sqrt{a_2}} + \frac{1}{\sqrt{a_2} + \sqrt{a_3}} + \ldots + \frac{1}{\sqrt{a_{2025}} + \sqrt{a_{2026}}}.$$

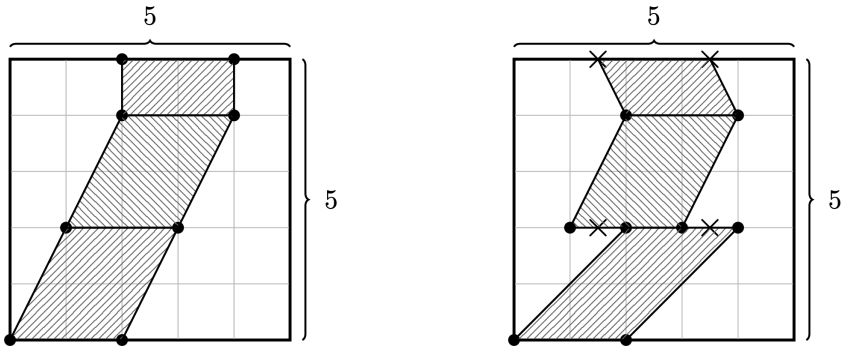
ti riempie di DETERMINAZIONE.

15 Dr. Alphys

Nel suo laboratorio, Alphys sta controllando una lunga serie di dati sul monitor quando quattro valori attirano improvvisamente la sua attenzione: $a + b$, $a - b$, ab e $\frac{a}{b}$. Dopo qualche calcolo si accorge che, proprio in quest'ordine, formano i primi quattro termini di una progressione aritmetica. "O-okay... se il pattern continua, allora dovrei riuscire a prevedere anche il sesto termine!" mormora, iniziando a digitare freneticamente sulla tastiera. Quale numero prevede Alphys?
[Dare come risposta la somma tra numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.]

16 Guardie Reali

A Hotland, le due Guardie Reali stanno attraversando uno dei lunghi tratti sospesi sopra la lava quando il sistema delle piattaforme si blocca improvvisamente. Sul pannello di controllo compare una griglia quadrata $\mathcal{R}_{16} \times \mathcal{R}_{16}$ formata da quadrati unitari. Guardia Reale 01: "Dobbiamo riattivare il percorso!".



Esempio di costruzione di parallelogrammi con base 2 in una griglia di lato 5.

Per farlo, bisogna disporre 3 piattaforme a forma di parallelogramma coi vertici nei punti di intersezione delle linee della griglia, tutte di area positiva e base $\mathcal{R}_9$, impilate una sull'altra base contro base, in modo da collegare il bordo inferiore della griglia con quello superiore. Guardia Reale 02: "E quante configurazioni diverse possiamo costruire?". Guardia Reale 01: "Il pannello dice solo che la risposta alla tua domanda è un multiplo di $2^{\mathcal{R}_9}$". Quanto vale $\mathcal{R}_{16}$?

17 OHHHH YES!

Durante una sua diretta televisiva, Mettaton osserva con soddisfazione il contatore degli ascolti, che continua a crescere a ogni nuova prova dello show. All'inizio c'è un solo spettatore, poi dopo la prima prova se ne aggiungono $1!(2^3 - 1^2)$, dopo la seconda $2!(3^3 - 2^2)$, e così via, fino alla 2025-esima, in cui se ne aggiungono $2025!(2026^3 - 2025^2)$. "OH YES! Questo sì che è un numero da prima serata!" esclama Mettaton. Con quanti zeri termina il numero totale di spettatori?

18 Glamburger

Decidi di mangiare quattro Glamburger all'MTT-Brand Burger Emporium, situato all'ingresso del CORE. Dopo averti suggerito "Hai ancora tempo, non vivere come me!", Burgerpants ti rivela che i primi tre Glamburger che hai ordinato costano complessivamente 140 G, mentre il prezzo medio dei quattro Glamburger è di $\mathcal{R}_2$ G. Quanto hai pagato per il quarto Glamburger?

19 Amalgamati

Nel laboratorio di Alphys, un esperimento sugli Amalgamati comincia a comportarsi in modo imprevisto. Al tempo 0 è presente un solo mostro, capace di creare una copia di sé ogni ora. Ogni nuovo clone, però, è diverso dall'originale: riesce a creare un clone ogni 2 ore e, appena viene creato, deve attendere un'ora prima di poter iniziare il processo di clonazione. Supponendo di organizzare tutte le clonazioni nel modo più efficiente possibile, qual è il massimo numero di mostri presenti nel laboratorio dopo 20 ore dal tempo 0?

20 Anime

Nella sala del trono, Asgore sta preparando i contenitori destinati a custodire le anime. Per trasportarle in sicurezza vengono costruiti due recipienti, che devono avere esattamente lo stesso volume. Il primo recipiente è una semisfera di diametro 6 dm. Il secondo, invece, viene ottenuto tagliando un'altra sfera in modo che il contenitore risultante abbia profondità 2 dm. Asgore osserva i due recipienti: "Se devono contenere la stessa quantità di energia, allora anche i loro volumi devono coincidere...". Quanto vale il raggio della sfera tagliata per ottenere il secondo recipiente?
[Dare come risposta la somma tra numeratore e denominatore della frazione ridotta ai minimi termini.]

21 Sans

Nell'ultimo corridoio, Sans ti aspetta immobile: "Heya. Pensi che anche la persona peggiore possa cambiare? Che chiunque possa diventare una brava persona, se solo ci prova? Heh heh heh heh... D'accordo. Beh, ecco una domanda migliore. In quanti modi puoi scrivere 20! come somma di almeno due interi positivi consecutivi?".
[Hai la sensazione che passerai un brutto quarto d'ora.]

You are filled with determination.

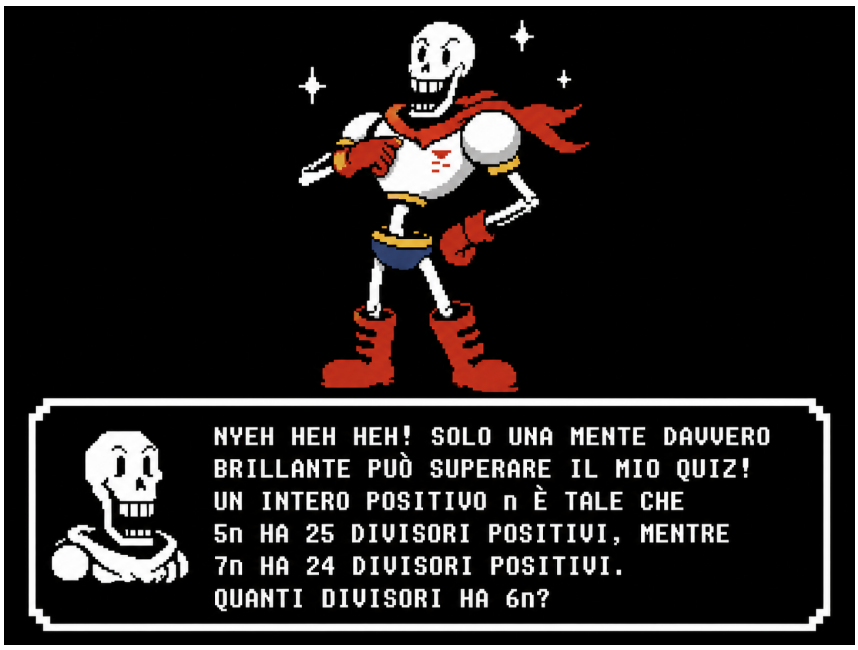
Soluzioni numeriche dei problemi.

Prob. 1	**Prob. 2**	**Prob. 3**	**Prob. 4**	**Prob. 5**	**Prob. 6**	**Prob. 7**
104	50	52	4634	2702	80	1872
Prob. 8	**Prob. 9**	**Prob. 10**	**Prob. 11**	**Prob. 12**	**Prob. 13**	**Prob. 14**
265	19	505	24	14	273	25
Prob. 15	**Prob. 16**	**Prob. 17**	**Prob. 18**	**Prob. 19**	**Prob. 20**	**Prob. 21**
211	34	505	60	615	37	2159

3 *Geomonster*



6 ***Papyrus***


NYEH HEH HEH! SOLO UNA MENTE DAVVERO
BRILLANTE PUÒ SUPERARE IL MIO QUIZ!
UN INTERO POSITIVO n È TALE CHE
5n HA 25 DIVISORI POSITIVI, MENTRE
7n HA 24 DIVISORI POSITIVI.
QUANTI DIVISORI HA 6n?

8 *Spider Donut*

